

دانشگاه صنعتي امیرکبیر  
 (پلی‌تکنیک تهران)

دانشكده مهندسی نفت

پایان‌نامه کارشناسی ارشد

گرایش بهره‌برداری

مدل‌سازی جریان چندفازی در چاه و خط لوله با استفاده از هوش مصنوعی

نگارش

حسین محمدی روزبهانی

استاد راهنما

دکتر احسان خامه‌چی

مرداد 1402

اينجانب حسین محمدی روزبهانی متعهد مي‌شوم كه مطالب مندرج در اين پایان‌نامه حاصل كار پژوهشي اينجانب تحت نظارت و راهنمايی اساتید دانشگاه صنعتي امیركبير بوده و به دستاوردهاي ديگران كه در اين پژوهش از آن‌ها استفاده‌شده است مطابق مقررات و روال متعارف ارجاع و در فهرست منابع و مآخذ ذكر گرديده است. اين پایان‌نامه قبلاً براي احراز هيچ مدرك هم‌سطح يا بالاتر ارائه نگرديده است.

در صورت اثبات تخلف در هر زمان، مدرك تحصيلي صادرشده توسط دانشگاه از درجه اعتبار ساقط بوده و دانشگاه حق پيگيري قانوني خواهد داشت.

كليه نتايج و حقوق حاصل از اين پایان‌نامه متعلق به دانشگاه صنعتي اميركبير هست. هرگونه استفاده از نتايج علمي و عملي، واگذاري اطلاعات به ديگران يا چاپ و تكثير، نسخه‌برداري، ترجمه و اقتباس از اين پایان‌نامه بدون موافقت كتبي دانشگاه صنعتي اميركبير ممنوع است.   
نقل مطالب با ذكر مآخذ بلامانع است.

حسین محمدی روزبهانی

امضا

# چکیده

واژه‌های کلیدی:

|  |
| --- |
| فهرست مطالب  [چکیده ‌أ](#_Toc145020534)  [فصل اول: کلیات پژوهش 1](#_Toc145020535)  [1-1- مقدمه 2](#_Toc145020536)  [1-2- اهمیت و ضرورت مطالعه 6](#_Toc145020537)  [1-3- اهداف پایان‌نامه و روش تحقیق 6](#_Toc145020538)  [1-4- ساختار پایان‌نامه 7](#_Toc145020539)  [فصل دوم: مروری بر مطالعات انجام شده 8](#_Toc145020540)  [2-1- قوانین جریان تک فاز 9](#_Toc145020541)  [محاسبه افت فشار اصطکاکی 11](#_Toc145020542)  [2-2- قوانین جریان دو فاز 16](#_Toc145020543)  [2-3- پسماند مایع 17](#_Toc145020544)  [2-4- پسماند بدون لغزش 18](#_Toc145020545)  [2-5- درجه لغزش 19](#_Toc145020546)  [2-6- خواص سیال دخیل در جریان دو فاز 20](#_Toc145020547)  [چگالی...............................................................................................................................................................................................20](#_Toc145020548)  [سرعت سیال 21](#_Toc145020549)  [لزجت................................................................................................................................................................................................23](#_Toc145020550)  [شار....................................................................................................................................................................................................27](#_Toc145020551)  [کشش سطحی 28](#_Toc145020552)  [عداد بی بعد 28](#_Toc145020553)  [2-7- اصلاحات جملات افت فشار برای جریان دو فاز 30](#_Toc145020554)  [2-8- روش‌های محاسبه افت فشار 30](#_Toc145020555)  [ روش پوتمن و کارپنتر: 30](#_Toc145020556)  [ روش هاگدورن و برون: 31](#_Toc145020557)  [ روش گری: 34](#_Toc145020558)  [ روش دانس و راس: 36](#_Toc145020559)  [منابع 44](#_Toc145020560) |

**فهرست اشکال**

[شکل1–1: نمونه‌ای ساده از گرادیان فشار ایستا در یک چاه نفتی. 2](#_Toc145022376)

[شکل 1–2: انواع رژیم‌های جریانی درحرکت عمودی سیال. 4](#_Toc145022377)

[شکل 2–1: سیستم جریانی در حجم کنترل. 9](#_Toc145022378)

[شکل ‏2–2: شمایی از دسته بندی عوامل تاثیرگذار بر افت فشار 11](file:///D:\university\mater%20of%20science\production\AUT\Project\Master%20of%20Science\git\text\1%20-%201%20Aug%20-%20writing%20the%20introduction.docx#_Toc145022379)

[شکل2–3: تعادل نیرو در دیواره لوله. 13](#_Toc145022380)

[شکل ‏2–4: محاسبه ضریب صطکاکی مودی با استفاده از نمودار. 14](#_Toc145022381)

[شکل 2–5: الف) جریان بدون لغزش که در آن سرعت گاز و مایع با هم برابر است یا به عبارتی . ب) جریان با لغزش که در آن سرعت گاز از مایع بیشتر است یا به عبارتی . 19](#_Toc145022382)

[شکل ‏2–6: رابطه عدد لزجت مایع. 33](#_Toc145022383)

[شکل ‏2–7: محاسبه ضریب پسماند. 33](#_Toc145022384)

[شکل ‏2–8: رابطه‌ محاسبه . 34](#_Toc145022385)

[شکل ‏2–9: رابطه میان با و . 37](#_Toc145022386)

[شکل ‏2–10: محاسبه ضرایب تا . 38](#_Toc145022387)

[شکل ‏2–11: ضریب تصحیح جریان حبابی. 39](#_Toc145022388)

[شکل ‏2–12: ضرایب اعداد سرعت در رژیم جریانی اسلاگ. 40](#_Toc145022389)

**فهرست جداول**

[جدول1‑1: تاریخجه ای از معادله‌های ارائه شده بر حسب دسته بندی آن ها برای در نظر گرفتن لغزش و رژیم جریانی. 3](#_Toc145016423)

|  |
| --- |
| فهرست علائم |

علائم لاتين

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | انرژی هدر رفته به دلیل بازگشت ناپذیری یا به عبارتی اصطکاک |
|  |  | طول |
|  |  | فشار برحسب psi |
|  |  | شتاب گرانش |
|  |  | سرعت سیال |
|  |  | پسماند مایع |
|  |  | دما بر حسب |
| Z |  | ضریب تراکم‌پذیری |
| R |  | ثابت جهانی گازها معادل |
|  |  | محتوای گاز محلول بر حسب |
|  |  | ضریب حجمی نفت |
|  |  | برش آب |
| A |  | سطح مقطع بر حسب |
| q |  | دبی جریانی بر حسب |
|  |  | سرعت لغزش |
|  |  | سرعت واقعی |
|  |  | سرعت مخلوط دو فاز |

علائم يوناني

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | زاویه نسبت به افق |
|  |  | چگالی سیال بر حسب |
|  |  | پسماند بدون لغزش |
|  |  | چگالی ویژه |

بالا‌نويس‌ها

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

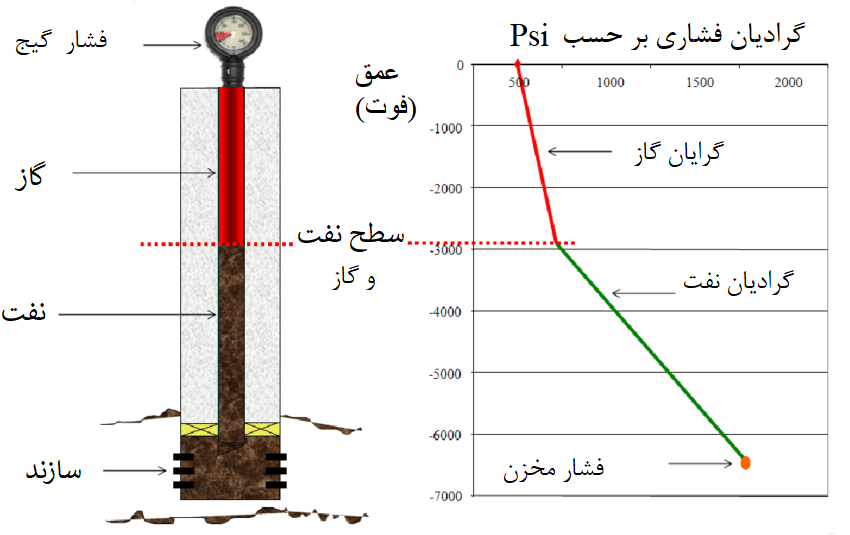
زيرنويس‌ها

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| L |  | مایع |
| g |  | گاز |
| s |  | با لغزش |
| n |  | بدون لغزش |
| m |  | مخلوط دو فاز |

# فصل اول: کلیات پژوهش

## مقدمه

دانستن فشار در هر نقطه از مسیر جریان نفت و گاز و داشتن یک گرادیان فشاری در لوله یکی از الزامات اساسی برای طراحی‌های بعدی در ابعاد مختلف است. منظور از ابعاد مختلف طراحی تجهیزات سطح الارضی، طراحی وزن گل حفاری، نحوه تکمیل چاه یا قطر لوله مغزی و ... است. ازآنجاکه معمولاً برای یافتن فشار در چاه تنها در یک نقطه از فشارسنج استفاده می‌شود و نمی‌توان هر بار و در هرلحظه از آن بهره برد نیاز به پیش‌بینی آن در نقاط دیگر با استفاده از معادله‌ها و مدل‌سازی‌ها داریم. انجام این کار برای سیال تک فاز کار نسبتاً ساده‌ای است، درحالی‌که در صنعت نفت و گاز بسیاری از اوقات جریان دو فاز داریم؛ حال‌آنکه استفاده از معادله‌های سیال تک فاز که قبلاً ارائه‌شده بود برای یک سیال دو فاز به‌منظور پیش‌بینی فشار در نقاط بعدی به دلیل وجود پدیده پسماند و لغزش خطای محاسباتی چشمگیری را با خود به همراه می‌آورد.



شکل1–1: نمونه‌ای ساده از گرادیان فشار ایستا در یک چاه نفتی.

افراد زیادی در این زمینه کارکرده‌اند و معادله‌های زیادی گسترش‌یافته است. در جدول 1-1 فهرستی از این افراد قرار داده‌شده است. معادله‌های گسترش‌یافته را می‌توان بر اساس در نظر گرفتن لغزش و رژیم جریانی به سه دسته تقسیم کرد.

1. معادله‌های که نه رژیم جریانی و نه لغزش را در نظر نمی‌گیرند.
2. معادله‌هایی که لغزش را در نظر می‌گیرند اما رژیم جریانی را خیر.
3. معادله‌هایی که هم لغزش و هم رژیم جریانی را در نظر می‌گیرند.

جدول1‑1: تاریخجه ای از معادله‌های ارائه شده بر حسب دسته بندی آن ها برای در نظر گرفتن لغزش و رژیم جریانی.

|  |  |
| --- | --- |
| معادله | دسته‌بندی |
| Poetman and Carpenter | 1 |
| Baxendell and Thoms | 1 |
| Fancher and Brown | 1 |
| Gould and et al. | 1 |
| Hagendon and Brown | 2 |
| Gray | 2 |
| Asheim | 2 |
| Duns and Ros | 3 |
| Orkiszewski | 3 |
| Aziz and et al. | 3 |
| Chierici and et al. | 3 |
| Beggs and Brill | 3 |

در شکل 1-2 انواع رژیم‌های جریانی در خطوط لوله عمودی ذکرشده است.



شکل 1–2: انواع رژیم‌های جریانی درحرکت عمودی سیال.

البته معادله‌های نیمه تجربی دیگری مانند انصاری و همکاران و حسن کبیر در سال‌های اخیر گسترش‌یافته‌اند. دقت این معادله‌ها چندان بالا نبود لذا بعد می‌بینیم که افرادی روی دقت این معادله‌ها کارکرده‌اند که در زیر فهرستی از آن‌ها و معادله‌های آن‌ها آورده شده است:

1. مخرجه و بریل، 1985
2. اسپانول، 1968
3. کاماچو، 1970
4. مسولام، 1970
5. لاسان و بریل، 1974
6. چریسی و همکاران، 1974
7. آگور و همکاران، 1994
8. پاکنل و همکاران، 1993
9. کایا و همکاران، 1999
10. تنگسدال و همکاران، 1999
11. وهرا و همکاران، 1973

مطالعات نشان می‌دهند که معادله‌های نیمه تجربی یا مکانیستیک هیچ مزیتی بر معادله‌های تجربی سابق ندارند و ازآنجاکه این معادله‌ها تحت شرایط آزمایشگاهی به وجود آمده‌اند، وقتی از آن‌ها در شرایط میدان استفاده می‌کنیم خطای قابل‌توجهی را با خود به همراه می‌آورند و ادعایی که بر روی دقت آن‌ها می‌شد به‌شدت زیر سؤال می‌رود. پس برای یافتن دقیق افت فشار در لوله و چاه باید به دنبال روش دقیق جایگزین دیگری بگردیم.

در سال‌های اخیر استفاده از روش‌های هوش مصنوعی به دانشمندان کمک کرد تا روابط معنی‌دار بین پارامترهای مختلف برای توجیه پدیده‌های فیزیکی بیابند. امروزه الگوریتم‌های هوش مصنوعی در حال گسترش هستند و به‌دقت و سرعت عملکرد آن‌ها روزبه‌روز افزوده می‌شود. ده الگوریتم برتر مورداستفاده در دنیا عبارت‌اند از Convolutional Neural Networks، Long Short Term Memory Networks، Recurrent Neural Networks، Generative Adversarial Networks، Radial Basis Function Networks، Multilayer Perceptrons، Self-OrganizingMaps، Deep Belief Networks، Restricted Boltzmann Machines، least square support vector machines که اکثر آن‌ها وام دار سه الگوریتم مادر به نام‌های شبکه عصبی (ANN)، ژنتیک (GP) و مدلسازی زبانی (LM) هستند. از آنجا که افت فشار در خطوط لوله به پارامترهای مختلفی ازجمله دبی جرمی کل، دانسیته نفت، دانسیته گاز، عمق، دمای ته چاهی، نسبت گاز به نفت، فشار سر چاهی، قطر لوله مغزی، دمای سر چاهی و میزان برش آب همراه نفت بستگی دارد. ما در این مقاله قصد داریم با ایجاد ارتباط بین این پارامترها فشار ته چاهی را پیش‌بینی کنیم.

## اهمیت و ضرورت مطالعه

پیش‌بینی افت فشار چاه نفت به چند دلیل حیاتی است:

1. تواید بهینه: پیش‌بینی‌های دقیق به اپراتورها کمک می‌کند تا نرخ تولید را به نحوی بهینه کنند که از ناکارآمدی یا آسیب احتمالی به چاه جلوگیری کنند.
2. یکپارچگی چاه: مدیریت مناسب فشار به حفظ یکپارچگی ساختاری چاه کمک می‌کند و خطر انفجار یا سایر حوادث مرتبط را کاهش می‌دهد.
3. بازده اقتصادی: پیش‌بینی افت فشار چاه به ما کمک می‌کند تا مداخلات غیرضروری در چاه مثل تعمیر چاه و … را به حداقل برسانیم و با بهبود کارایی تجهیزات و افزایش عمر چاه به کاهش هزینه‌ها برسیم.

به‌طور خلاصه، پیش‌بینی افت فشار چاه نفت به‌منظور به حداکثر رساندن تولید، حفاظت از یکپارچگی چاه، اطمینان از عملیات مقرون‌به‌صرفه حیاتی هست.

## اهداف پایان‌نامه و روش تحقیق

در پژوهش‌های اخیر صورت گرفته در این زمینه می‌توان به گسترش معادله‌های نیمه تجربی اشاره کرد، اگرچه پیچیدگی کار با معادله‌های تجربی را ندارند اما همان‌طور که گفته شد از دقت موردنیاز برخوردار نیستند و معادله‌هایی که به ما می‌دهند معادله‌هایی بسیار عریض و طویل است که تا حدودی کار کردن با آن‌ها مشکل است. استفاده از هوش مصنوعی برای آموزش به ماشین و انجام محاسبات و پیش‌بینی‌هایی که از عهده انسان خارج است با استناد به داده‌های میدانی و نه آزمایشگاهی به دست کامپیوتر از اهداف اصلی این پژوهش است.

اگرچه استفاده از هوش مصنوعی برای انجام چنین مطالعاتی در کارهای ... به چشم می‌خورد اما عدم وجود یک رابط کاربری برای استفاده در میدان و صنعت باعث شده است تا چنین کارهایی تنها در سطح یک پژوهش باقی بمانند و وارد فرآیندهای عملیاتی نشوند.

در این پژوهش سعی شده است تا این مسئله نیز در نظر گرفته و با ایجاد یک رابط کاربری ساده و کاربردی برای استفاده در سیستم‌عامل‌های تحت ویندوز به ارتقای این پژوهش کمک شود.

## ساختار پایان‌نامه

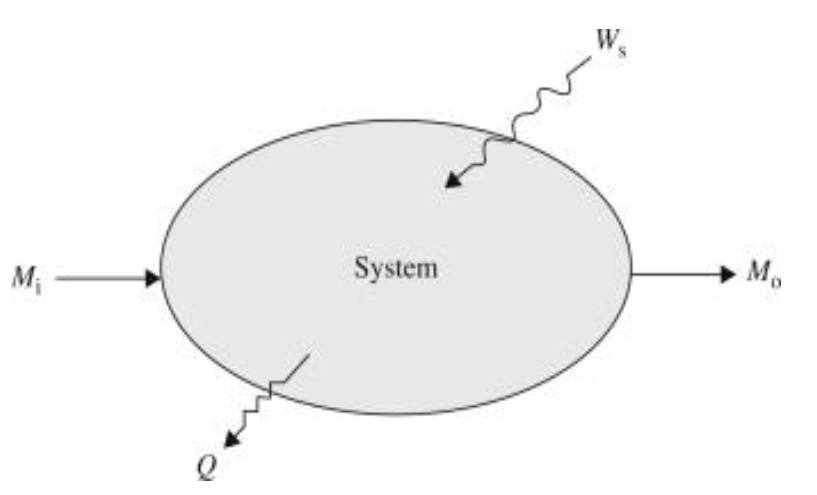
این پایان‌نامه در پنج فصل تهیه و تنظیم‌شده است. در فصل دوم پایان‌نامه به بررسی سوابق و کارهای‌ انجام‌شده در موضوع موردمطالعه پرداخته می‌شود. فصل سوم در رابطه با جمع‌آوری و پیش‌پردازش داده‌ها برای انجام پیش‌بینی است و در فصل چهارم به‌طورکلی به ساخت مدل و اعمال مدل بر روی‌داده‌های آماده‌شده و تست پیش‌بینی‌ها می‌پردازیم. در فصل پنجم نیز به نتایج مطالعه و پیشنهاد‌ها و کارهایی که در آینده قابل‌طرح و انجام است، پرداخته خواهد شد

# فصل دوم: مروری بر مطالعات انجام شده

## قوانین جریان تک فاز

پیش از مطالعه جریان دو فاز ابتدا باید حالت ساده جریان تک فاز به وضوح برای ما روشن شود تا بتوانیم حالت‌های پیچیده‌تر آن را بررسی کنیم.

تئوری و مبنای بسیاری از معادله‌های جریان سیال همان معادله عمومی انرژی است که بیان می‌دارد که بین دو نقطه از سیستم انرژی ثابت و پایدار است و فقط از نوعی به نوع دیگر تبدیل می‌شود[1]. پایستگی انرژی بیان می‌کند که انرژی یک سیال که وارد یک حجم کنترل می‌شود، به اضافه کار شفت انجام شده روی سیال یا توسط سیال، به علاوه انرژی گرمایی اضافه شده یا گرفته شده از سیال، به علاوه تغییر انرژی با زمان در حجم کنترل باید با انرژی سیال خروجی از حجم کنترل برابر باشد.



شکل 2–1: سیستم جریانی در حجم کنترل.

با در نظر گرفتن شرایط پایدار برای سیستم، برابری انرژی به شکل معادله 2-1 در می‌آید:

|  |  |
| --- | --- |
| (1-2) |  |

*در جریان افقی خط لوله هدر رفت انرژی یا افت فشار فقط به دلیل تغییر در انرژی جنبشی و اصطکاکی رخ می‌دهد[1].*

با توجه به قانون پایستگی انرژی سه دلیل می‌توان برای افت فشار در طول یک خط لوله با هر زاویه دلخواه نسبت به عمود یافت که در معادله 2-2 نشان داده شده است که مجموع این افت فشارها برابر با افت فشار کلی خواهد بود:

1. افت فشار به دلیل اصطکاک
2. افت فشار هیدرو استاتیک
3. افت فشار به دلیل سرعت سیال یا افت فشار جنبشی

|  |  |
| --- | --- |
| (2-2) |  |

افت فشار جنبشی بسیار عدد کوچکی دارد و در سرعت‌های پایین سیال قابل‌اغماض است. این مورد بیشتر خودش را در حالت‌های گذار از جریان آرام به آشفته نشان می‌دهد و معمولا برای سیالات تراکم‌ناپذیر صفر است. باید توجه داشت که افت فشار اصطکاکی در همه نوع جریان سیالی وجود دارد؛ حال چه مقدار آن کم باشد چه زیاد باشد. به‌مانند افت فشار جنبشی، افت فشار اصطکاکی نیز وابسته به‌سرعت سیال است اما صرف‌نظر کردن از آن تا حدودی ناممکن است و خطای قابل‌توجهی را شامل می‌شود؛ و در آخر جمله مربوط به افت فشار هیدرو استاتیک بیشتر تأثیریافته وزن سیال موردبررسی است که البته در جریان‌های افقی مقدار آن صفر خواهد بود. این جمله در سرعت‌های نسبتاً پایین سیال عمده سهم افت فشار را به خود اختصاص می‌دهد.

### محاسبه افت فشار اصطکاکی

ابتدا باید دانست که میزان افت فشار اصطکاکی علاوه بر سرعت سیال تابع دو عامل مهم دیگر به نام میزان آشفتگی حرکت سیال و زبری دیواره لوله می‌باشد. پس معادله‌های گسترش یافته برای محاسبه افت فشار سیال تک فاز را به شکل 2-2 دسته بندی می‌کنیم:

شکل ‏2–2: شمایی از دسته بندی عوامل تاثیرگذار بر افت فشار

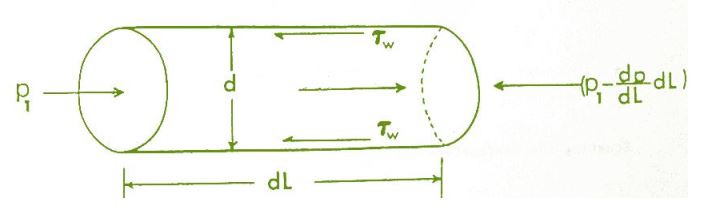
از آنجایی که بیشتر تنش برشی ویسکوز در دیواره لوله رخ می‌دهد، نسبت تنش برشی دیواره به انرژی سینتیکی بر واحد حجم به نوعی نشان دهنده اهمیت تنش برشی در دیواره نسبت به کل هدر رفت انرژی می‌باشد[2]. به مانند معادله 2-3 این نسبت تشکیل یک متغیر بی بعد را می‌دهد که آن را با نام ضریب اصطکاک می‌شناسیم:

|  |  |
| --- | --- |
| (3-2) |  |

پس معادله 2-1 یا همان معادله افت فشار به شکل معادله 2-4 در می‌آید.

|  |  |
| --- | --- |
| (4-2) |  |

به منظور محاسبه تنش برشی دیواره تعادل نیرو را بین نیروهای فشاری و تنش برشی دیواره به مانند شکل 2-3 می‌نویسیم:



جهت جریان

شکل2–3: تعادل نیرو در دیواره لوله.

و معادله آن به شکل معادله 2-5 در می‌آید:

|  |  |
| --- | --- |
| (5-2) |  |
| (6-2) |  |

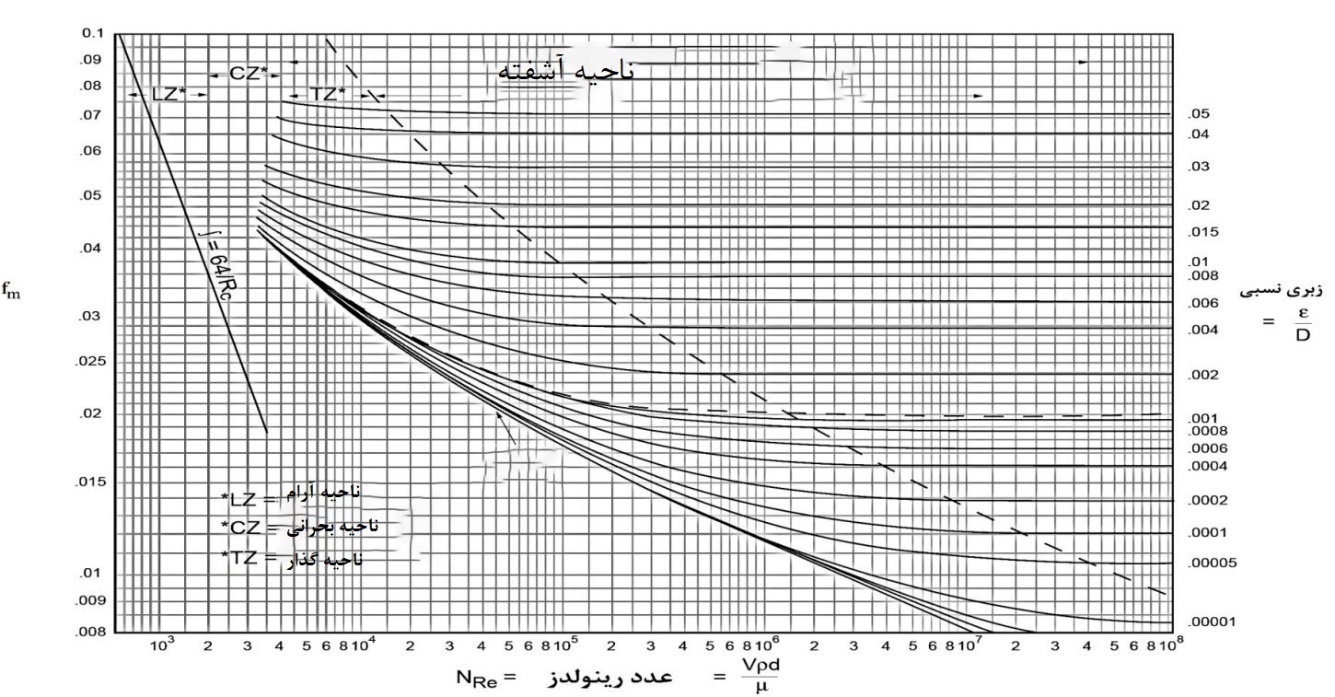
حال با قرار دادن معادله 2-6 در معادله 2-3 به ضریب تبدیل مودی[3] می‌رسیم:

|  |  |
| --- | --- |
| (7-2) |  |

بنابراین در جریان تک فاز آرام () از ضریب تبدیل مودی به شکل معادله 2-8 مورد استفاده قرار می‌گیرد[4].

|  |  |
| --- | --- |
| (8-2) |  |

ضریب اصطکاک مودی همچنین از نمودار شکل 4-2 بدست می‌آید.



شکل ‏2–4: محاسبه ضریب صطکاکی مودی با استفاده از نمودار.

برای جریان تک فاز آشفته () سه حالت رخ می‌دهد:

1. برای دیواره صاف:

* معادله مک آدامز [5]:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (9-2) | برای |  |

* معادله بلاسیوس [6]:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (10-2) | برای |  |

* معادله تغییر یافته بلاسیوس [7]:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (11-2) |  |  |

زبری دیواره لوله به عوامل زیر بستگی دارد:

1. جنس لوله و روش ساخت آن
2. سیال در جریان و محتوای خورنده آن
3. ته‌نشست‌های هیدرات، پارافین و آسفالتین

لذا از آنجایی که زبری لوله به محتوای خورنده آن بستگی دارد پس زمان انجام عملیات هم بر زبری اثرگذار است.

1. دیواره نسبتا زبر:

* معادله کلبروک [8]:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (12-2) |  |  |

1. دیواره کاملا زبر:

* معادله نیکورادز [9]:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (13-2) |  |  |

* معادله جین [10]:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (14-2) |  |  |

## قوانین جریان دو فاز

همانطور که قبلا گفته شد، پیش‌بینی گرادیان فشار، پسماند و رژیم جریانی در خطوط لوله در جریان‌های همزمان گاز و مایع برای طراحی‌های بعدی نیاز اساسی ماست[11]. خطوط جریان دو فازی طولانی معمولاً با افت فشار زیاد همراه هستند که بر طراحی سیستم تأثیر می گذارد. نصب و طراحی تاسیسات فرازآوری با گاز همگی بر مبنای فشار لوله مغزی در سر چاه صورت میگیرد لذا دانستن این فشار بسیار حیاتی است. قطر و اندازه خط لوله اتصالی بین سر چاه و جداکننده‌ها و فشار سرچاهی به منظور حداقل کردن افت فشار افقی باید به درستی بهینه شود. خواه ناخواه در طراحی همه چاه‌های نفتی با یک خط لوله افقی با جریان دوفاز روبه‌رو هستیم. به منظور حصول اطمینان از طراحی خوب یک چاه باید دقت شود که همه فرایندهای جریانی نفت و گاز به صورت همزمان مورد مطالعه قرار گیرد[12].

از زمان توسعه میادین دریایی خطوط لوله افقی طولانی به منظور رساندن نفت و گاز تولیدی به ساحل به وجود آمد. از آنجایی که افت فشار زیاد در این خطوط لوله بر عملکرد چاه‌های تولیدی اثر بالقوه‌ای می‌گذارند نیاز به یک روش بسیار دقیق برای پیش‌بینی این افت فشار به منظور یافتن اندازه بهینه خطوط لوله بسیار حس شد[12].

علاوه بر خطوط لوله سطح الارضی خود چاه نفتی نیز می‌تواند در زوایای مختلف از عمودی تا افقی وجود داشته باشد و گاها افت فشار مخزن، چاه را به نقطه‌ای میرساند که پدیده دوفاز در خود چاه صورت می‌گیرد لذا در اینجا می‌بینیم که زاویه چاه نیز می‌تواند به عنوان عاملی تاثیرگذار بر رژیم جریانی و افت فشار در نظر گرفته شود.

جریان دو فازی اغلب در صنایع شیمیایی نیز اتفاق می‌افتد مثلا طراحی تجهیزاتی مانند کندانسور، مبدل حرارتی، راکتورها و لوله‌کشی نیازمند روش‌هایی برای پیش‌بینی افت فشار، پسماند مایع است و همچنین برای اهداف انتقال حرارتی، نیازمند الگوی جریان هستیم.

وقتی که با جریان دو فاز سر و کار داریم به منظور متوسط گیری یا به عبارتی دیگر استفاده از قوانین اختلاط نیاز به محاسبه سرعت و تعدادی از خواص سیالات مثل چگالی، لزجت و در برخی موارد کشش سطحی داریم.

## پسماند مایع

پسماند مایع در مهندسی نفت به نسبت حجمی از لوله که توسط مایع به کل حجم لوله گفته می‌شود که در معادله 2-15 به صورت ریاضی به نمایش در آمده است.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (15-2) |  |  |

پسماند مایع نسبتی است که از صفر برای جریان‌های کاملا گازی شروع می‌شود و تا یک برای جریان‌های کاملا مایع ادامه دارد. بهترین راه اندازه‌گیری پسماند مایع بستن سریع قسمتی از لوله با استفاده از شیرهای مخصوص (quick closing valves) و اندازه‌گیری مقدار مایع درون آن قسمت است. باقی حجم لوله طبیعتا با گاز پر شده است که به که نسبت حجم گاز به حجم همان قسمت از لوله نیز پسماند گاز می‌گویند که در معادله 2-16 به آن اشاره شده است.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (16-2) |  |  |

## پسماند بدون لغزش

پسماند بدون لغزش که گاهی به آن محتوای مایع ورودی نیز می‌گویند به نسبت حجم مایع در قسمتی از لوله به حجم همان قسمت از لوله گویند در صورتی که مایع و گاز با سرعتی یکسان حرکت کنند. این متغیر را به راحتی با داشتن دبی گاز و مایع به مانند معادله 2-17 می‌توان حساب کرد.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (17-2) |  |  |

و به همین شکل پسماند بدون لغزش گاز در معادله 2-18 آمده است.

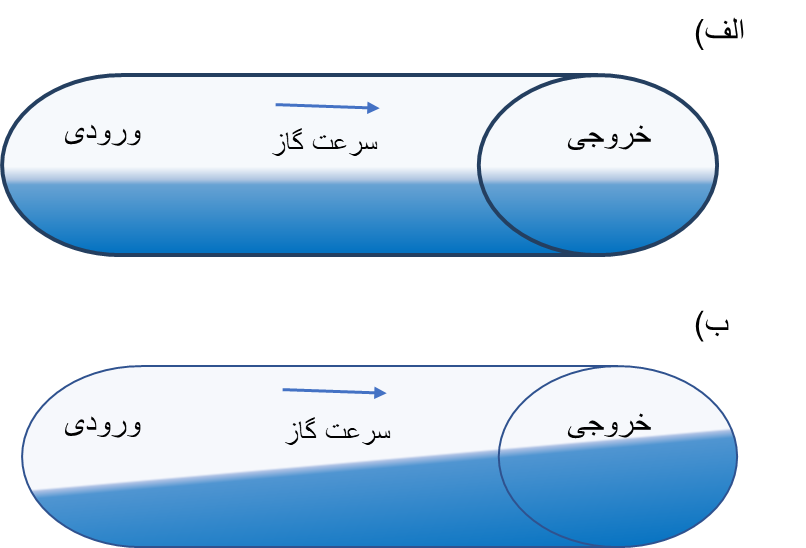
|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (18-2) |  |  |

## درجه لغزش

در واقع به اختلاف میان پسماند مایع و پسماند بدون لغزش مایع درجه لغزش می‌گویند که در معادله 2-19 نشان داده شده است.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (19-2) |  |  |

در شکل 2-5 نمایی از تفاوت این دو پسماند یعنی با لغزش و بدون لغزش را مشاهده می‌کنید.



شکل 2–5: الف) جریان بدون لغزش که در آن سرعت گاز و مایع با هم برابر است یا به عبارتی . ب) جریان با لغزش که در آن سرعت گاز از مایع بیشتر است یا به عبارتی .

## خواص سیال دخیل در جریان دو فاز

### چگالی

چگالی یا جرم حجمی متغیری تابع دما و فشار است و برای گاز و مایع به ترتیب طبق معادله 2-20 و 21-2 محاسبه می‌شود. البته باید دقت داشت که در محاسبه چگالی نفت، گاز محلول در آن روی جرم و حجم نفت تاثیر خواهد گذاشت.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (20-2) |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (21-2) |  |  |

از میان سیالات موجود در مخزن باید به آب نیز اشاره کرد که چگالی آن مستقیما به محتوای جامد آن، دما و میزان گاز حل شده در آن بستگی دارد. برای استفاده از چگالی متوسط در روابط افت فشار باید میان چگالی‌های گاز، مایع و آب متوسط گیری کنیم. برای این کار ابتدا همان طور که در معادله 2-22 نشان داده شده است با استفاده از برش آب میان چگالی آب و نفت متوسط گرفته، سپس به روش‌های مختلف میان گاز و سیال مایع متوسط می‌گیریم که در معادله‌های 2-23، 2-24 و 2-25 آمده است. هر کدام از این چگالی‌ها در معادله مخصوص به خود مورد استفاده قرار می‌گیرد. اکثر محققان به منظور اعمال اصلاحات جریان دو فاز روی معادله 2-3 از استفاده می‌کنند و در روش‌هایی که جریان را بدون لغزش در نظر می‌گیرند از استفاده می‌شود. همچنین از برای اعمال تصحیحات روی جمله مربوط به اصطکاک و همچنین عدد رینولدز استفاده می‌شود.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (22-2) |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (23-2) |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (24-2) |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (25-2) |  |  |

### سرعت سیال

ابتدا باید با دو مفهوم سرعت ظاهری و سرعت واقعی آشنا شویم. سرعت ظاهری یک فاز به سرعت آن فاز گفته می‌شود اگر به تنهایی در کل سطح مقطع لوله بدون حضور فاز دیگر جریان می‌یافت. از طرفی دیگر سرعت واقعی یک فاز بالعکس سرعت آن فاز در حضور فاز دیگر می‌باشد. معادله‌های 2-26 تا 2-29 روابط مربوط به سرعت ظاهری و واقعی فاز گاز و مایع را نشان می‌دهند.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (26-2) |  |  |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| (27-2) |  |  |  |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| (28-2) |  |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (29-2) |  |  |

اما برای مخلوط دو فاز در معادله‌های افت فشار نیاز به استفاده از یک مقدار برای سرعت سیالات داریم لذا به مانند معادله 2-30 سرعت کل مخلوط با مجموع سرعت ظاهری گاز و مایع برابر است.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (30-2) |  |  |

اختلاف میان سرعت واقعی گاز و سرعت واقعی مایع را سرعت لغزش می‌نامیم که در معادله 2-31 آمده است.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (31-2) |  |  |

سرعت انحراف یک فاز به سرعت آن فاز نسبت به یک سطح (مرکز حجم) که با سرعت مخلوط حرکت می‌کند گفته می‌شود.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (32-2) |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (33-2) |  |  |

مفهومی دیگری نیز با عنوان سرعت نفوذ وجود دارد که در معادله‌های افت فشار استفاده می‌شود. سرعت نفوذ همان سرعت یک فاز نسبت به یک سطح متحرک هم سرعت برابر با سرعت مرکز جرم می‌باشد و در معادله‌های 2-34 و 2-35 نشان داده شده است.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (34-2) |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (35-2) |  |  |

### لزجت

دیگر پارامتر موثر در محاسبات افت فشار لزجت یا گرانروی است که در محاسبه عدد رینولدز و دیگر اعداد بی بعد دیگر کاربرد دارد. برای محاسبه لزجت گاز و سیال مایع از روابط تجربی استفاده می‌شود که چندی از آن‌ها اینجا مورد بحث قرار گرفته است. در گازها لزجت تابع دما فشار و اجزاء تشکیل دهنده آن گاز است. و برای گازهای شیرین معمولا از رابطه لیگنزالس استفاده می‌شود که خطایی حداکثر 9 درصدی دارد و در معادله‌های 2-36 تا 2-39 به تصویر کشده شده است. برای دقت بالاتر می‌توان از روش کار کابایاشی بروس نیز استفاده کرد.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (36-2) |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (37-2) |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (38-2) |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (39-2) |  |  |

برای نفت نیز روابط تجربی زیادی پیشنهاد شده است. البته روابط گسترش یافته برای حالت‌های مختلف نفت یعنی نفت مرده، نقت تحت اشباع و نفت شباع متفاوت است.

1. نفت مرده:

* رابطه استندینگ:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (40-2) |  |  |

* رابطه بگز رابینسون:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (41-2) |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (42-2) |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (43-2) |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (44-2) |  |  |

1. نفت اشباع:

* رابطه گلاسو:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (45-2) |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (46-2) |  |  |

* رابطه چو کونالی:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (47-2) |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (48-2) |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (49-2) |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (50-2) |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (51-2) |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (52-2) |  |  |

1. نفت تحت اشباع:

* رابطه واسکوز بگز:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (53-2) |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (54-2) |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (55-2) |  |  |

همانطور که گفته شد خواص آب بیشتر وابسطه به محتوای جامد محلول آن است. برای لزجت آب نیز به همین شکل است. میهن رابطه‌ای را برای محاسبه لزجت آب پیشنهاد داد که در معادله‌های 2-56 تا 2-59 آمده است.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (56-2) |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (57-2) |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (58-2) |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (59-2) |  |  |

در روابط بالا همان شوری آب بر حسب ppm است.

برای متوسط گیری لزجت همانطور که در معادله 2-60 نشان داده شده است، به مانند چگالی ابتدا میان آب و نفت متوسط می‌گیریم و سپس میان گاز و مایع.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (60-2) |  |  |

لزجت مخلوط دو فاز از روابط 2-61 و 2-62 محاسبه می‌شود.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (61-2) |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (62-2) |  |  |

### شار

روابط محاسبه شار جرمی برای گاز و مایع در روابط 2-63 و 2-64 آمده است.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (63-2) |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (64-2) |  |  |

شار جرمی کل نیز در معادله 2-65 نشان داده شده است.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (65-2) |  |  |

شار انحرافی که با J نشان داده ‌می‌شود، برای گاز و مایع به ترتیب طبق معادله‌های 2-67 و 2-66 محاسبه می‌شود. شار انحرافی تعریف می‌شود به عنوان دبی یک فاز از درون یک سطح متحرک با سرعتی برابر با سرعت مرکز حجم.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (66-2) |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (67-2) |  |  |

### کشش سطحی

طبق معادله 2-68 که ساگدن ارائه کرد کشش سطحی یک سیال خالص که با بخار خود در تعادل است محاسبه می‌شود. کشش سطحی میان گاز و نفت به وزن نفت، دما و گاز محلول در آن بستگی دارد. هنگامی که سیال مایع هم حاوی نفت و هم آب باشد برای کشش سطحی سیال مایع از همان متوسط‌گیری با برش آب استفاده می‌کنیم که در معادله 2-69 آورده شده است.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (68-2) |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (69-2) |  |  |

### عداد بی بعد

* عدد رینولدز:

پارامتر مهم دیگری که در محاسبات افت فشار دو فازی وجود دارد عدد رینولدز است که رابطه آن در معادله 2-70 نشان داده شده است.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (70-2) |  |  |

* عدد سرعت مایع:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (71-2) |  |  |

* عدد سرعت گاز:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (72-2) |  |  |

* عدد قطر لوله:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (73-2) |  |  |

* عدد لزجت مایع:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (74-2) |  |  |

## اصلاحات جملات افت فشار برای جریان دو فاز

همانطور که می‌دانید معادله 2-4 برای محاسبه گرادیان فشار هیدرواستاتیک برای هر سیال جاری در لوله با هر زاویه‌ای قابل استفاده است، اما به منظور تصحیح این معادله برای جریان دو فاز فرض می‌کنیم که مخلوط گاز-مایع در قسمت کوچکی از لوله همگن باشند. پس در این حالت معادله مربوط به گرایان فشار هیدرواستاتیک جریان دو فاز به شکل معادله 2-75 می‌شود که در آن چگالی جریان لغزنده است و از معادله 2-24 بدست می‌آید.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (75-2) |  |  |

همیچنین جمله مربوط به گرادیان فشار اصطکاکی نیز به مانند معادله 2-76 اصلاح می‌شود.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (76-2) |  |  |

در معادله 2-76 و به ترتیب ضریب اصطکاک و چگالی دوفازی هستند که محققان مختلف این دو پارامتر را به حالت‌های متفاوتی در معادله 2-76 جایگزین می‌کنند. گرادیان فشار اصطکاکی تنها در حالت تک فاز آرام به صورت تئوری محاسبه می‌شود و در حالت‌های دیگر به صورت تجربی محاسبه می‌گردد.

## روش‌های محاسبه افت فشار

ابتدا روش‌های بدون لغزش بدون رژیم جریانی را مورد بررسی قرار می‌دهیم.

### روش پوتمن و کارپنتر:

در این روش از افت فشار جنبشی صرف نظر می‌شود و جریان عمودی فرض می‌شود، پس معادله 2-4 به شکل معادله 2-77 در می‌آید. پوتمن و کارپنتر ترجیح دادند که گرادیان اصطکاکی را بر حسب دبی جرمی کل بیان کنند. پس معادله 2-77 تبدیل به معادله 2-78 می‌شود.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (77-2) |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (78-2) |  |  |

حال روش‌هایی را که لغزش را در نظر می‌گیرند اما رژیم جریانی را در نظر نمی‌گیرند مورد بررسی قرار می‌دهیم.

### روش هاگدورن و برون:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (79-2) |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (80-2) |  |  |

در معادله 2-80 از ضریب اصطکاک مودی استفاده می‌شود.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (81-2) |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (82-2) |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (83-2) |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (84-2) |  |  |

در این معادله‌ها و از معادله 2-62 و 2-23 محاسبه می‌شود. جمله مربوط به افت فشار جنبشی از معادله 2-81 بدست می‌آید. تصحیح دو فاز آن در معادله 2-85 اعمال می‌شود.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (85-2) |  |  |

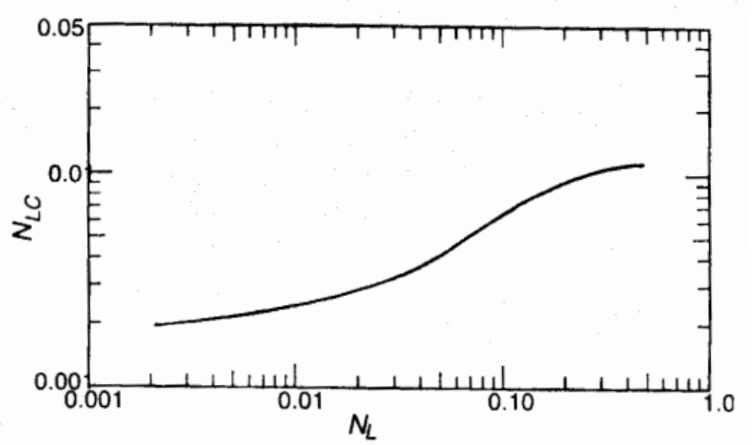
در معادله 2-85 از معادله 2-86 بدست می‌آید.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (86-2) |  |  |

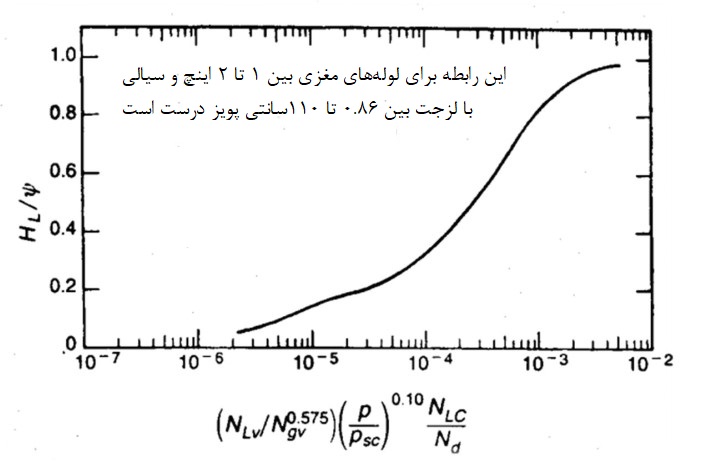
در این روش را از معادله 2-87 بدست می‌آوریم.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (87-2) |  |  |

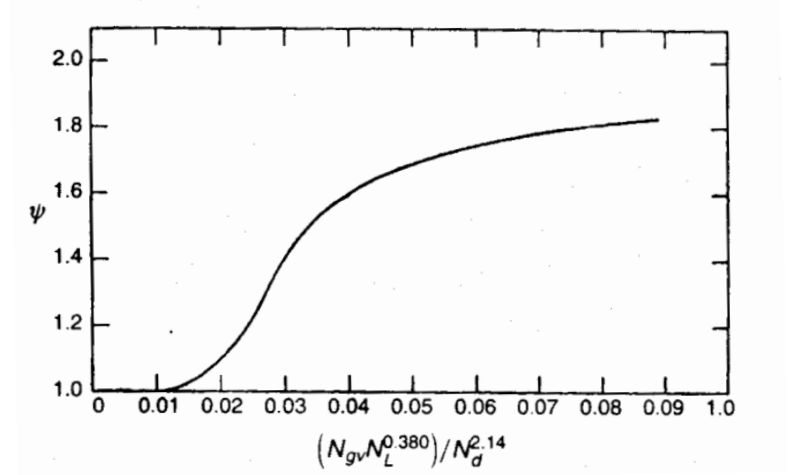
اما برای بدست آوردن از شکل‌های 2-6 تا 2-8 استفاده می‌کنیم.



شکل ‏2–6: رابطه عدد لزجت مایع.



شکل ‏2–7: محاسبه ضریب پسماند.



شکل ‏2–8: رابطه‌ محاسبه .

### روش گری:

روش گری نیز برای جریان‌های عمودی گسترش یافته است. به طور کلی افت فشار کل از روش گری از معادله 2-88 بدست می‌آید.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (88-2) |  |  |

در معادله 2-88 از ضریب اصطکاک مودی که در معادله 2-13 بیان شد برای محاسبه افت فشار اصطکاکی استفاده می‌شود. دقت شود که پسماند مایع از رابطه 2-89 و بدست می‌آید.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (89-2) |  |  |

به منظور انجام محاسبات پسماند مایع باید سه عدد بی بعد را معرفی کنیم که در معادله‌های 2-90 تا 2-92 می‌بینید. همچنین پارامتر و به ترتیب از معادله‌های 2-93 و 2-94 بدست می‌آیند.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (90-2) |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (91-2) |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (92-2) |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (93-2) |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (94-2) |  |  |

در روش گری برای یافتن زبری لوله و استفاده از آن برای یافتن ضریب اصطکاک از روش زیر استفاده می‌شود. ابتدا را از معادله 2-95 محاسبه می‌کنیم و سپس در معادله 2-96 قرار می‌دهیم.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (95-2) |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (96-2) |  |  |

حال یکی از روش‌هایی که هم لغزش و هم رژیم جریانی را در نظر می‌گیرد بررسی می‌کنیم.

### روش دانس و راس:

در این روش ابتدا افت فشار هیدرو استاتیک را از معادله 2-97 بدست می‌آوریم که البته باید دقت کنیم که پسماند مایع و استفاده شده در این رابطه به ترتیب از معادله 2-98 و 2-99 بدست می‌آید.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (97-2) |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (98-2) |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (99-2) |  |  |

در معادله 2-99 ضریب تعین کنند انجام محاسبات از هر کدام از رژیم‌های جریانی است. حال برای تعیین رژیم جریانی از این روش باید هفت عدد بی بعد را محاسبه کنیم. این اعداد عبارتند از:

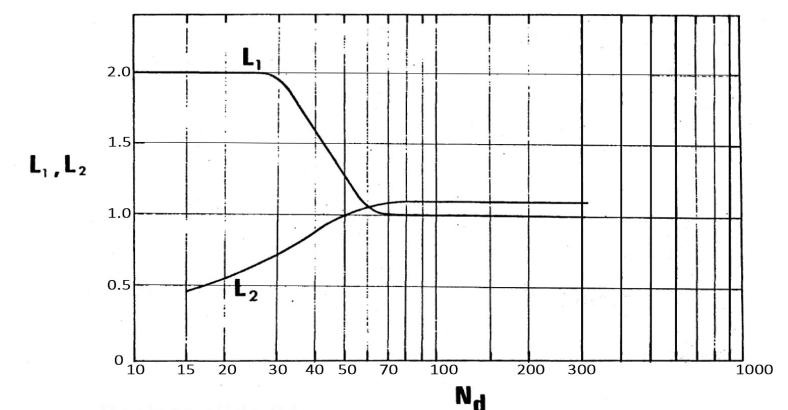
* که در معادله 2-100 بیان شده است.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (100-2) |  |  |

* که در معادله 2-101 بیان شده است.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (101-2) |  |  |

* ، و که به ترتیب در معادله‌های 2-72، 2-71 و 2-73 بیان شده است.
* و که از شکل 2-9 بدست می‌آید.



شکل ‏2–9: رابطه میان با و .

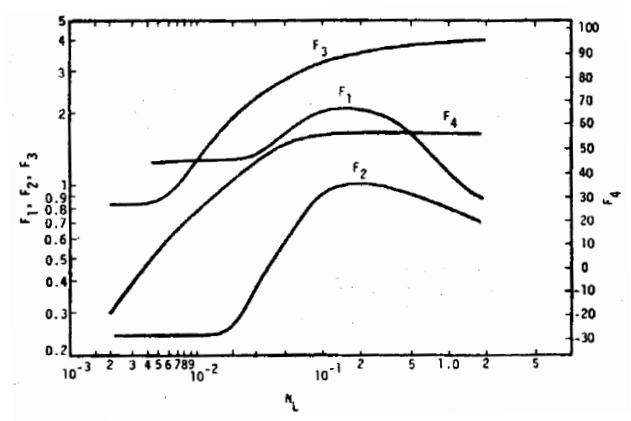
حال از طریق دسته‌بندی زیر زژیم جریانی تعیین می‌شود:

1. جریان حبابی ():

ضریب از معادله 2-102 بدست می‌آید.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (102-2) |  |  |

در معادله 2-102 ضرایب تا از شکل 2-10 بدست می‌آید.

**

شکل ‏2–10: محاسبه ضرایب تا .

ضریب اصطکاک برای این رژیم جریانی از معادله 2-103 بدست می‌آید.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (103-2) |  |  |

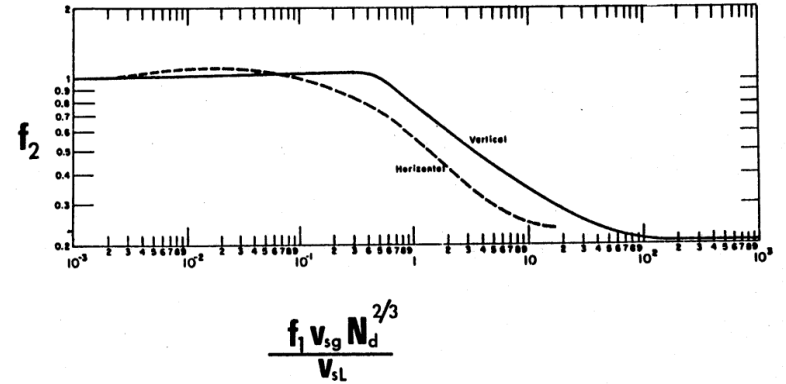
ضریب اصطکاک در معادله 2-104 از معادله زیر بدست می‌آید.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (104-2) |  |  |

*در این روش عدد رینولدز از معادله 2-105 بدست می‌آید.*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (105-2) |  |  |

*با استفاده از عدد رینولدز معادله 2-105 به نمودار مودی که در شکل 2-4 آمده است مراجعه می‌کنیم و را می‌یابیم. حال با استفاده از شکل 2-11 را می‌یابیم و را از معادله 2-106 محاسبه می‌کنیم.*

**

شکل ‏2–11: ضریب تصحیح جریان حبابی.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (106-2) |  |  |

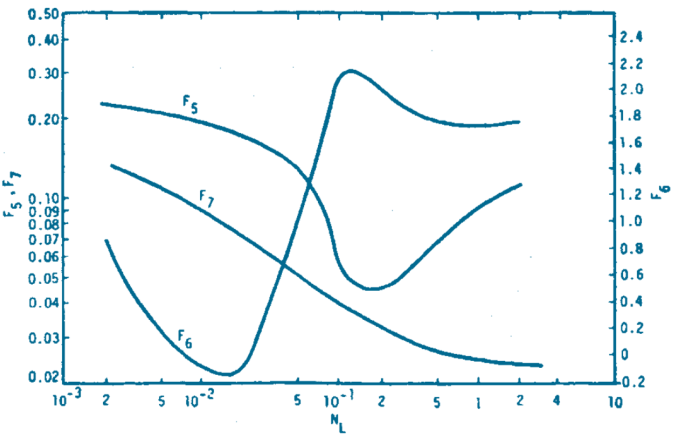
در این حالت از افت فشار جنبشی صرف نظر می‌شود.

1. جریان اسلاگ ():

در این حالت ضریب از معادله 2-107 بدست می‌آید.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (107-2) |  |  |

در این حالت گرادیان فشار اصطکاکی به مانند حالت حبابی محاسبه می‌شود و از افت فشار جنبشی صرف نظر می‌شود. ضرایب تا را می‌توان از نمودار شکل 2-12 محاسبه کرد.

**

شکل ‏2–12: ضرایب اعداد سرعت در رژیم جریانی اسلاگ.

1. جریان مه ():

در جریان مه افت فشار هیدرواستاتیک از معادله 2-108 بدست می‌آید.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (108-2) |  |  |

و همچنین افت فشار اصطکاکی از معادله 2-109 بدست می‌آید.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (109-2) |  |  |

در معادله 2-109 از معادله 2-110 بدست می‌آید.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (110-2) |  |  |

برای تعیین ضریب اصطکاک مورد استفاده ابتدا باید را از معادله 2-111 محاسبه کنیم.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (111-2) |  |  |

حال اگر باشد:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (112-2) |  |  |

و اگر باشد:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (113-2) |  |  |

حال با داشتن بررسی می‌کنیم که اگر بود ضریب اصطکاک را از معادله 2-114 بدست می‌آوریم اما اگر چنین شرطی برقرار نبود باید ضریب اصطکاک را از نمودار مودی استخراج کنیم.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (114-2) |  |  |

البته باید دانست که عدد رینولدز مورد استفاده باید از معادله 2-115 باشد.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (115-2) |  |  |

در این حالت گرادیان فشار جنبشی قابل اغماض نیست و باید برای یافتن آن از معادله 2-116 استفاده کرد.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (116-2) |  |  |

در معادله 2-116 را از معادله 2-117 بدست می‌آوریم.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (117-2) |  |  |

و افت فشار کلی در جریان مه از معادله 2-118 بدست می‌آید.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (118-2) |  |  |

1. جریان گذار ():

در این حالت افت فشار دو فاز به سادگی از معادله 2-119 قابل محاسبه است در این معادله پارامتر A از معادله 2-120 محاسبه می‌گردد.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (119-2) |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (120-2) |  |  |

# منابع

1. Hassanizadeh, M. and W.G.J.A.i.w.r. Gray, *General conservation equations for multi-phase systems: 3. Constitutive theory for porous media flow.* 1980. **3**(1): p. 25-40.

2. Lord, D. *Turbulent flow of stimulation fluids: an evaluation of friction loss scale-up methods*. in *SPE Annual Technical Conference and Exhibition?* 1987. SPE.

3. Su, Z. and J. Gudmundsson. *Friction factor of perforation roughness in pipes*. in *SPE Annual Technical Conference and Exhibition?* 1993. SPE.

4. Moody, L.F.J.T.o.t.A.S.o.M.E., *Friction factors for pipe flow.* 1944. **66**(8): p. 671-678.

5. Renaud-Boivin, S., M. Poirier, and N. Galanis, *Experimental study of hydraulic and thermal behavior of an ice slurry in a shell and tube heat exchanger.* Experimental thermal and fluid science, 2012. **37**: p. 130-141.

6. Kiijarvi, J., *Darcy friction factor formulae in turbulent pipe flow.* Lunowa Fluid Mechanics Paper, 2011. **110727**(2011): p. 1-11.

7. Parand, K., M. Dehghan, and A. Taghavi, *Modified generalized Laguerre function Tau method for solving laminar viscous flow: The Blasius equation.* International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow, 2010. **20**(7): p. 728-743.

8. Barr, D. and C. White, *Solutions of the Colebrook-White function for resistance to uniform turbulent flow.* Proceedings of the Institution of Civil Engineers, 1981. **71**(2): p. 529-535.

9. Nikuradse, J., *Laws of flow in rough pipes.* 1950.

10. Karwa, R., R. Bairwa, B. Jain, and N. Karwa, *Experimental study of the effects of rib angle and discretization on heat transfer and friction in an asymmetrically heated rectangular duct.* Journal of Enhanced Heat Transfer, 2005. **12**(4).

11. Agrawal, S., G. Gregory, and G.J.T.C.J.o.C.E. Govier, *An analysis of horizontal stratified two phase flow in pipes.* 1973. **51**(3): p. 280-286.

12. Eaton, B.A., C.R. Knowles, and I.J.J.o.P.t. Silberbrg, *The prediction of flow patterns, liquid holdup and pressure losses occurring during continuous two-phase flow in horizontal pipelines.* 1967. **19**(06): p. 815-828.